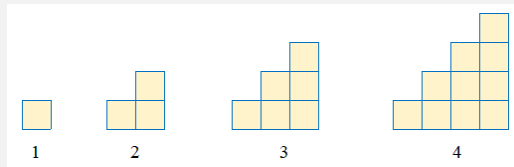


ДАРААЛЛЫН ЕРӨНХИЙ ГИШҮҮНИЙ ТОМЬЁО. IX.9.1-I

Жишээ: Дараах зураг дахь нэгж квадратын тоогоор дараалал үүсгэе. Энэ дарааллын 6, 100, 2021 дэх дүрсэд хэдэн нэгж квадрат байх вэ?

Энэ дарааллын зүй тогтлыг олохын тулд гишүүдийг хүснэгтэд байрлуулъя.



Дугаар	1	2	3	4	5	6	...	100	...	2001	...	n	...
Квадратын тоо	1	3	6	10	15	21		?		?		?	
Зүй тогтол	1	1+2	1+2+3	1+2+3+4		1+2+3+4+5+6							

6 дугаар гишүүнийг зурахад ч тооцоход ч амар байна. Гэвч 100, 2001 дэх гишүүнийг зурах болон тооцоолоход хүнд байна.

Хүснэгтээс харахад дүрсийн дугаар буюу дарааллын гишүүний тоо хүртэлх натурал тоонуудын нийлбэрээс бүрджээ. 1-ээс n хүртэлх натурал тооны нийлбэрийг $\frac{n(n+1)}{2}$ томьёогоор олдог. Иймд

энэ дараалал нь $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ гэсэн ерөнхий гишүүний томьёогоор илэрхийлэгдэж болох нь.

n -ийн оронд дурын утга буюу гишүүний дугаарыг орлуулж тухайн гишүүнийг олж болно.

Тухайлбал, $a_{100} = \frac{100(100+1)}{2} = 5050$; $a_{2001} = \frac{2000(2000+1)}{2} = 2023066$ болно.

Тодорхойлолт: Тоон дарааллын гишүүнийг дугаараас нь хамааруулан олох томьёог уг дарааллын ерөнхий гишүүний томьёо гэнэ.

Ерөнхий гишүүний томьёогоор өгсөн дарааллын эхний 5 гишүүнийг олоорой.

1. $a_n = \frac{3n+1}{n+1}$ бол $a_1 = \frac{\square}{\square}$; $a_2 = \frac{\square}{\square}$; $a_3 = \frac{\square}{\square}$; $a_4 = \frac{\square}{\square}$; $a_5 = \frac{\square}{\square}$;

2. $a_n = 3^n + (-2)^n$ бол $a_1 = \square$, $a_2 = \square$, $a_3 = \square$, $a_4 = \square$, $a_5 = \square$.

3. Дараах дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог бичээрэй.

Гишүүний №	1	2	3	4	...	n	...
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{\square \times n}$	
	4	7	10	13			
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$			

4. 4, 7, 12, 19, 28, ... дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог олоорой. (Хүснэгтийг ашигла)

n	1	2	3	4	5
n^2	1	4	9		
		4	7		

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	Нийт
Өөрийн үнэлгээ					

ДАРААЛЛЫН РЕКУРРЕНТ ТОМЬЁО. IX.9.1-II

Дарааллын эхний гишүүн -8 ба 2-аас эхлэн бүх гишүүн нь өмнөх гишүүнийг -2-оор үржүүлж, 5-ыг нэмэхэд гарч байв. Уг дарааллын эхний 4 гишүүнийг олъё.

Дарааллын гишүүн бүр өмнөх гишүүнээрээ илэрхийлэгдсэн зүй тогтлыг бичвэл $a_1 = -8$; $a_n = -2a_{n-1} + 5$ болно. Энэ томьёогоор уг дарааллын эхний 4 гишүүнийг олбол:

$$a_1 = -8;$$

$$a_2 = -2a_1 + 5 = -2 \times (-8) + 5 = 21$$

$$a_3 = -2a_2 + 5 = -2 \times 21 + 5 = -37$$

$$a_4 = -2a_3 + 5 = -2 \times (-37) + 5 = 79$$

Тодорхойлолт: Дарааллын эхний нэг буюу хэд хэдэн гишүүнийг ашиглан дараагийн гишүүн бүрийг өмнөх гишүүдээр илэрхийлэхийг рекуррент томьёогоор өгсөн дараалал гэнэ.

Дараах дарааллын эхний 5 гишүүнийг олоорой.

1.	$a_1 = 7; a_{n+1} = a_n - 3$	2.	$a_1 = 1; a_{n+1} = a_n^2 + 1$
3.	$a_1 = -3; a_n = 4a_{n-1} - 9$	4.	$a_1 = 3; a_n = 2a_{n-1} + 5$
5.	Арифметик прогресс нь рекуррент дарааллын жишээ мөн. Учир нь	6.	Геометр прогресс нь рекуррент дарааллын жишээ мөн. Учир нь

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	Нийт
Өөрийн үнэлгээ							

ДАРААЛЛЫН РЕКУРРЕНТ ТОМЬЁО. IX.9.1-III

Жишээ: а. $a_n = -6 + 8n$; б. $b_n = -3\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ гэсэн дарааллын рекуррент томьёог бичье.

а. Энэ дараалал нь $a_1 = -6 + 8 \times 1 = 2$ ба ялгавар нь 8 байх арифметик прогресс байна.

Арифметик прогрессийн тодорхойлолт ёсоор $a_n = a_{n-1} + d$ учир уг дарааллын хувьд рекуррент томьёо нь $a_n = a_{n-1} + 8$ болно.

б. Энэ дараалал нь $b_1 = -3\left(\frac{1}{2}\right)^{1-1} = -3$, хуваарь нь $q = \frac{1}{2}$ байх геометр прогресс байна.

Геометр прогрессийн тодорхойлолт ёсоор $b_n = q \times b_{n-1}$ учир уг дарааллын рекуррент томьёо нь $b_n = \frac{1}{2} \times b_{n-1}$ байна.

Дарааллыг рекуррент томьёогоор илэрхийлээрэй.

1. 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

2. 3, 6, 12, 24, 48, 96, ...

3. 128, 64, 32, 16, 8, 4, ...

4. 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

5. $a_n = 17 - 4n$ дарааллын рекуррент томьёог бич.

6. $b_n = 16 \times (3)^{n-1}$ дарааллын рекуррент томьёог бич.

7. $a_1 = -12$; $a_n = a_{n-1} + 16$ дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог бич.

8. $b_1 = 2$; $b_n = -6 \times b_{n-1}$ дарааллын ерөнхий гишүүний томьёог бич.

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	Нийт
Өөрийн үнэлгээ									

ДАРААЛАЛ. IX.9.2-I

Дараах дарааллын эхний 6 гишүүнийг бичээрэй.											
1.	$a_1 = 1; a_n = a_{n-1} + 3$					2.	$a_1 = 1; a_n = a_{n-1} - 5$				
3.	$a_1 = 2; a_n = (a_{n-1})^2 + 1$					4.	$a_1 = 1; a_n = (a_{n-1})^2 - 10$				
Дараах дарааллын рекуррент томъёог бичээрэй.											
5.	3, 12, 48, 192, 768, ...					6.	4, -12, 36, -108, ...				
7.	1, 4, 5, 9, 14, ...					8.	16, 9, 7, 2, 5, ...				
9.	6, 12, 36, 144, 720, ...					10.	-3, -1, 2, 6, 11, ...				

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Нийт
Өөрийн үнэлгээ											

ДАРААЛАЛ. IX.9.2-II

Дарааллын рекуррент томъёог бичээрэй.

1.	$a_n = -2 - 8n$	2.	$a_n = 12 \times (11)^{n-1}$
3.	$a_n = -1.4 + 0.5n$	4.	$a_n = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$
5.	<p>Чи дугуй авахаар 82 доллар хадгалав. Түүнээс хойш сар бүр тогтмол 30 доллар нэмж хийхээр төлөвлөсөн бол n сарын дараа хэдэн долларын хадгаламжтай болох вэ? 500 долларын дугуй авахад хэдэн сар хуримтлал үүсгэх хэрэгтэй вэ?</p>		
6.	<p>Нэгэн байгууллагын ажилтны цалин $a_n = 35000 \times (1.04)^{n-1}$ томъёогоор бодогддог. Энд n нь тухайн ажилтны ажилласан жил болно. Тэгвэл уг цалингийн дарааллын ерөнхий гишүүний томъёог ол. 5 жил, 10 жил ажилласан цалингийн зөрүү хэр зэрэг байх вэ?</p>		

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	Нийт
Өөрийн үнэлгээ							

ДАРААЛАЛ. IX.9.2- III

Өгүүлбэрийг уншиж, тохирох дарааллын рекуррент томьёог бичээрэй.

1. Хүнсний дэлгүүр лаазтай ундаануудаа пирамид хэлбэртэй өржээ. Хамгийн доод талын эгнээнд 20 лааз орсон бөгөөд дээшээ эгнээ бүрд өмнөх эгнээнээсээ 2-оор цөөн лааз орсон. Пирамидын эгнээ бүр дэх лаазны тоон дарааллыг рекуррент болон ерөнхий гишүүний томьёогоор илэрхийл. Дээшээ нийт хэдэн үе лааз өрөгдөх вэ?
2. Фэйсбүүкийн нэгэн пэйж хуудас 50000 гишүүнтэй байв. Уг пэйж хуудас жил бүр гишүүдийнхээ 20 хувийг алдаж, 5000 гишүүн шинээр элсүүлж байв. Тэгвэл n дэх жилийн эхэн дэх гишүүдийн тоон дарааллын рекуррент томьёог бичээрэй. 5 дахь жилийн эхэнд хэдэн гишүүнтэй байх вэ?
3. Номын сан 54000 номтой. Номын сан жил бүр нийт номын 2 хувийг хуучирсан шалтгаанаар фондоос хасаж, шинээр 1150 ном худалдан авдаг байна. Тэгвэл номын сан n жилийн дараа хэдэн номтой болсон байхыг томьёогоор илэрхийлээрэй. Цаг хугацаа явах тусам номын фонд дахь номын тоо хэрхэн өөрчлөгдөхийг тайлбарлаарай.
4. Мод үржүүлгийн газар 9000 модтой байв. Уг газар жил бүр нийт модныхоо 10 хувийг гаргаж, шинээр 800 суулгац суулгадаг байв. Тэгвэл n дэх жилийн эхэн дэх уг фермийн модны тоог олох томьёог бичээрэй. Хугацаа явах тусам уг газрын модны тоо яаж өөрчлөгдөх вэ?

Дасгалын дугаар	1	2	3	4	5	6	Нийт
Өөрийн үнэлгээ							

Сурагчийн овог нэр: _____

Эхэлсэн: он сар өдөр цаг

Дууссан: он сар өдөр цаг

ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ

Иррационал тоог жиших, тоймлох. IX.2.

1. Тооны машин ашиглан тооцооллыг хийж, хариуг бүхлээр тоймлон гарга.	
а. $0.0000000001 =$	б. $10000000000 =$
2. Үйлдлийг гүйцэтгэ.	
а. $5.6 \times 10^{-3} =$	б. $1.2 \times 10^3 =$
3. Илэрхийллийн утгыг жиш.	
а. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ ба $\frac{2\sqrt{20}}{5\sqrt{8}}$	б. $7\sqrt{2} + 4\sqrt{32}$ ба $3\sqrt{28} + 2\sqrt{63} - 2\sqrt{112}$
4. Тоог 0.1, 0.001 бүхлээр тоймло.	
а. $29.119 \overset{0.1}{\approx}$	б. $6.4567 \overset{0.001}{\approx}$
5. Тэнцэтгэлийг үнэн байлгах 10-ын зэргийг нөхөж бич.	
а. $0.000000000789 = 7.89 \times \underline{\hspace{2cm}}$	б. $0.000071 = 7.1 \times \underline{\hspace{2cm}}$
6. Дараах тоонуудыг 1, 2, 3 тэмдэгтээр тоймло.	
а. 0.00025648, 127.67	б. 3.00068, 30.326

Дасгалын дугаар	1а	1б	2а	2б	3а	3б	4а	4б	5а	5б	6а	6б	Нийт
Хариу													

УРВУУ ФУНКЦ, ТҮҮНИЙ ГРАФИК IX.10.1-I

Тодорхойлолт: Хэрэв $y = f(x)$ функцийн аргумент (x)-ын ялгаатай утга бүр (тодорхойлогдох муж)-д функцийн ялгаатай утга (y) харгалзадаг, функцийн утгын ялгаатай утга бүр (тодорхойлогдох муж)-д аргументын ялгаатай утга харгалздаг бол уг функцийг **харилцан нэг утгатай функц** гэнэ.

Харилцан нэг утгатай функц **урвуу функцтай** байна.

Математик маш олон хэмжигдэхүүний хамаарлууд функц хэлбэрээр илэрхийлэгддэг. Зарим хэмжигдэхүүнүүд урвуу хэмжигдэхүүнээр илэрхийлэгддэг. Жишээлбэл,

$l = \pi d$	$f(d) = \pi d$ тойргийн урт диаметртээсээ хамаарсан функц болно.	$d = \frac{l}{\pi}$	$g(l) = \frac{l}{\pi}$ тойргийн диаметр нь уртаасаа хамаарсан функц болно.
$V = a^3$	$f(a) = a^3$ кубийн эзлэхүүн ирмэгээсээ хамаарсан функц болно.	$a = \sqrt[3]{V}$	$g(V) = \sqrt[3]{V}$ кубийн ирмэг нь эзлэхүүнээсээ функц болно.

Эдгээр жишээнээс харахад – хэмжигдэхүүний нэгийг нөгөөгөөр нь урвуугаар илэрхийлэхэд шинэ функц үүсэж байна. Ийм функцийг урвуу функц гэдэг.

f функцийн урвуу функцийг f^{-1} гэж тэмдэглэдэг.

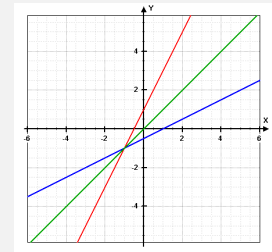
$f(x) = 2x + 1$ функцийн урвуу функцийг олъё.

$y = 2x + 1$ гэж бичээд y -ийг x -ээр сольж бичвэл $x = 2y + 1$ болно.

Эндээс y -ийг олбол, $x = 2y + 1 \Rightarrow 2y = x - 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ болно.

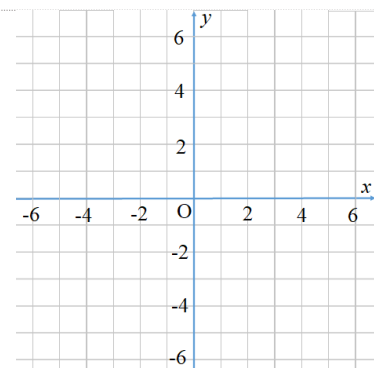
Иймд $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ байна.

Зургаас харахад шугаман функцийн график ба түүний урвуу функцийн графикууд $y = x$ шулууны хувьд тэгш хэмтэй байна.



Дараах функцийн урвуу функцийг олж, графикуудыг нэг хавтгайд байгуулаарай.

1. $f(x) = 3x + 1$

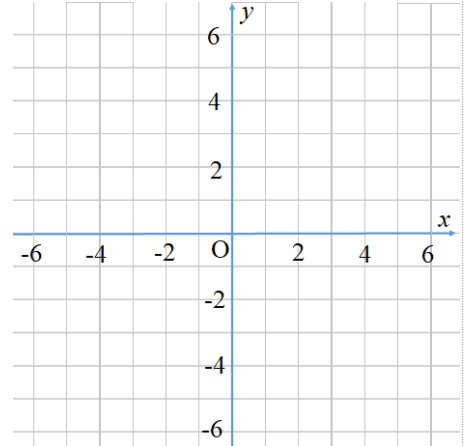


Дасгалын дугаар	1	Нийт
Өөрийн үнэлгээ		

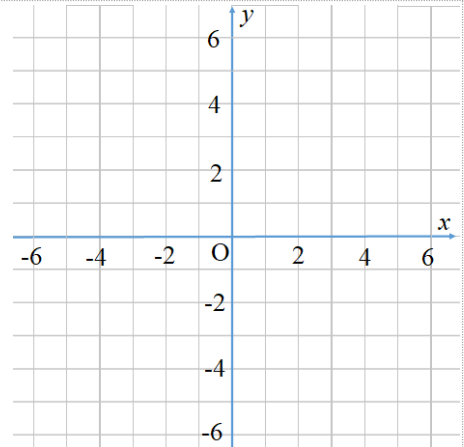
УРВУУ ФУНКЦ, ТҮҮНИЙ ГРАФИК. IX.10.1-II

Дараах функцийг урвуу функцийг олж, графикуудыг нэг хавтгайд байгуулаарай.

1. $f(x) = \frac{x+2}{4}$



2. $f(x) = \frac{3-2x}{4}$



3. Дараах функцийг аль нь өөрөө өөрийнхөө урвуу функц болох вэ? Тайлбарлаарай.

(a) $f(x) = 2x$

(b) $f(x) = x$

(c) $f(x) = -x$

(d) $f(x) = \frac{2}{x}$

(e) $f(x) = -\frac{6}{x}$

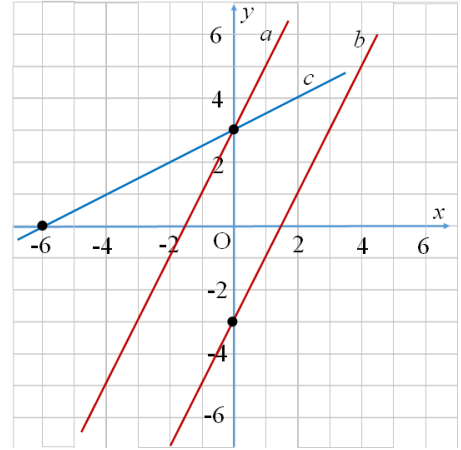
Дасгалын дугаар	1	2	3	Нийт
Өөрийн үнэлгээ				

УРВУУ ФУНКЦ, ТҮҮНИЙ ГРАФИК. IX.10.1-III

Дараах функцийн урвуу функцийг олж, графикуудыг нэг хавтгайд зураарай.

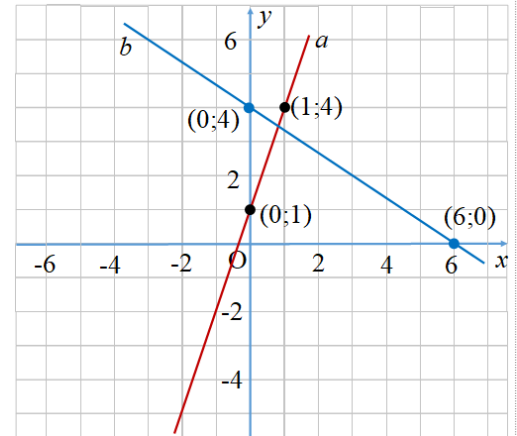
1. $y = 2x + 3$; $y = 2x - 3$; $y = \frac{1}{2}x + 3$ шулууны графикуудыг нэг хавтгайд зуржээ. Дараах өгүүлбэрүүдийг нөхөөрэй.

- Зураг дээр $y = 2x + 3$ шулууны график _____, $y = 2x - 3$ шулууны график _____, $y = \frac{1}{2}x + 3$ _____-ээр тус тус тэмдэглэгдсэн байна.
- $y = 2x + 3$; $y = 2x - 3$; $y = \frac{1}{2}x + 3$ шулуунуудын _____ ижилхэн $k =$ _____ байна. Иймд уг хоёр шулуун _____ байршилтай байна.



2. Зурагт үзүүлсэн хоёр шулууны өнцгийн коэффициент болон ерөнхий тэгшитгэлийг бичээрэй.

(a)



(b)

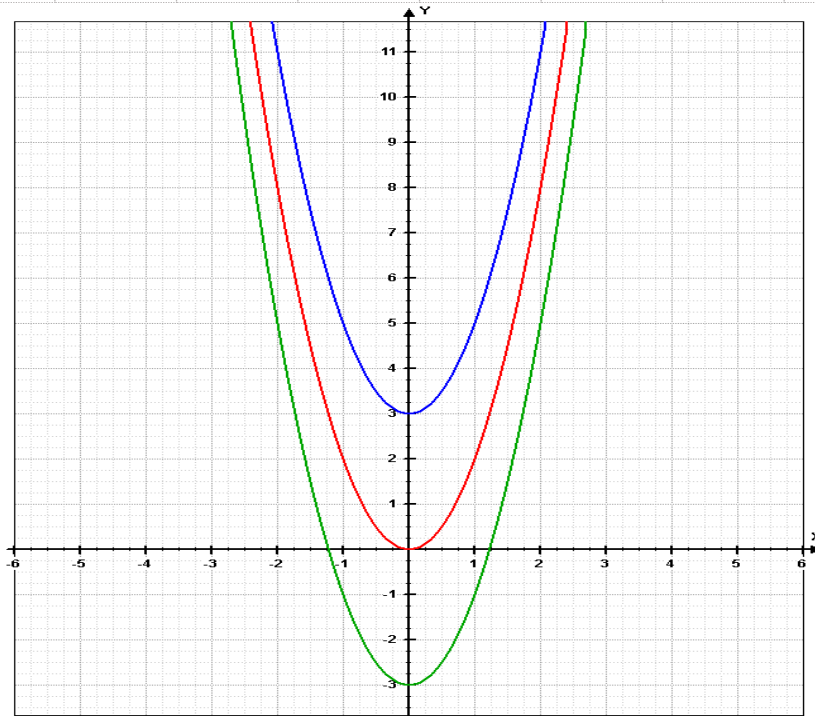
Дасгалын дугаар	1	2	Нийт
Өөрийн үнэлгээ			

КВАДРАТ ФУНКЦ, ТҮҮНИЙ ГРАФИК. IX.10.2-I

Квадрат функцийн графикийг парабол гэнэ. Хэрэв $y = ax^2 + b$ параболын оройн цэгийн координат нь $(0, n)$ байна. $a > 0$ үед функцийн хамгийн бага утга нь n , $a < 0$ үед функцийн хамгийн их утга нь n байна.

1. $y = 2x^2$, $y = 2x^2 + 3$, $y = 2x^2 - 3$ функцийн утгын хүснэгтийг гүйцээн нөхөж, зурагт үзүүлсэн график дээр тэмдэглээрэй. Аль парабол нь аль функцийнх болохыг ялгаж нэрлээрэй.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$2x^2$		18	8	2	0				
$2x^2 + 3$									
$2x^2 - 3$									



2. Графикийг ажиглан дараах дүгнэлтийг нөхөөрэй.

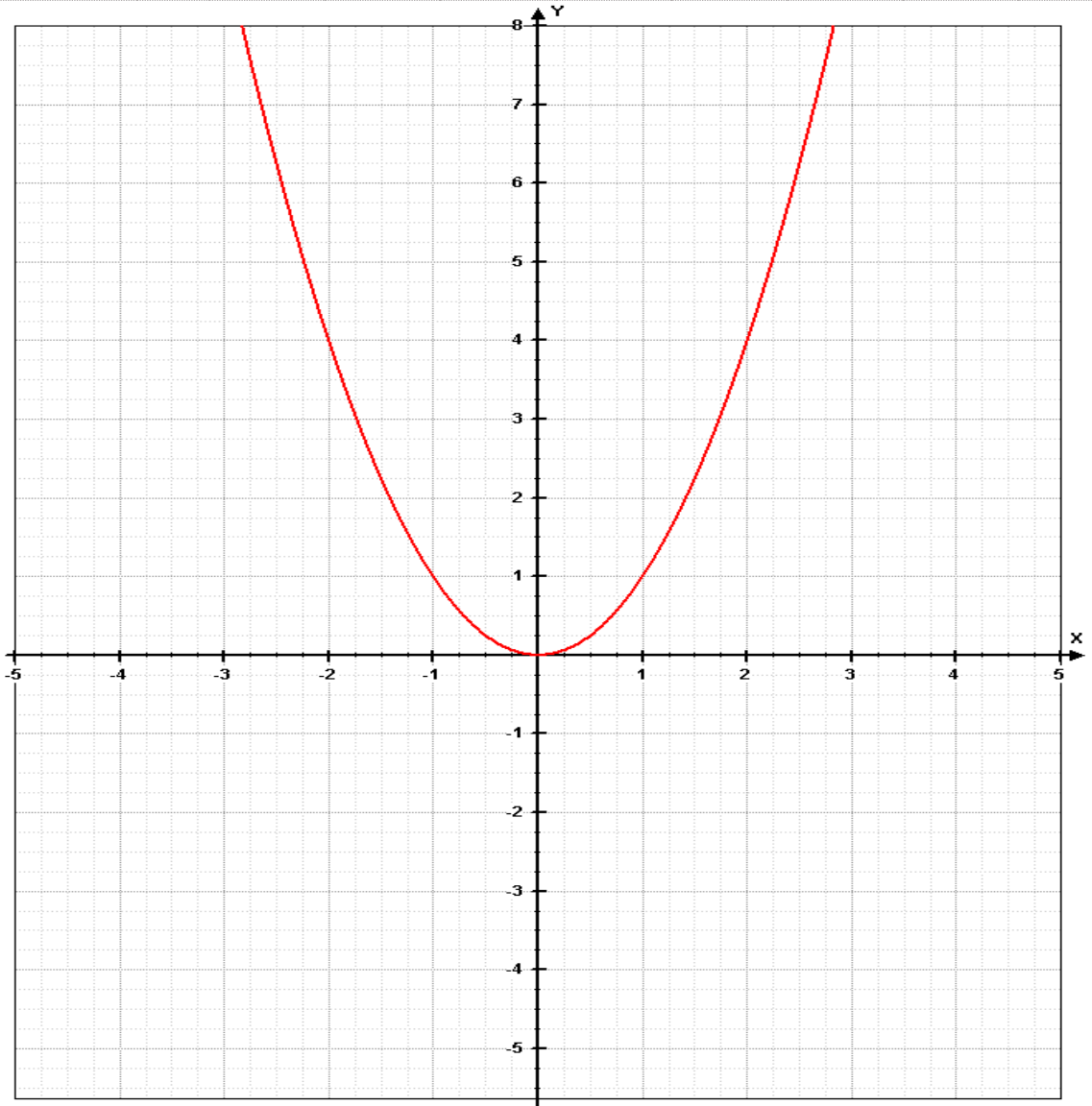
$y = 2x^2 + 3$ функцийн график нь _____ функцийн графикийн цэг бүрийг _____ чиглэлд _____ нэгжээр зөөхөд, $y = 2x^2 - 3$ функцийн график нь _____ функцийн графикийн цэг бүрийг _____ чиглэлд _____ нэгжээр зөөхөд тус тус гарна. Функцийн хамгийн бага утга нь параболын _____ цэг болно. a нь _____ үед функцийн хамгийн их утга олдохгүй.

Дасгалын дугаар	1	2	Нийт
Өөрийн үнэлгээ			

КВАДРАТ ФУНКЦ, ТҮҮНИЙ ГРАФИК IX.10.2-II

1. $y=0.5x^2$, $y=-0.5x^2+1$, $y=0.25x^2$, $y=0.25x^2+1$ функцийн утгын хүснэгтийг нөхөж, графикуудыг нэг хавтгайд зураарай.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$0.5x^2$									
$-0.5x^2+1$									
$0.25x^2$									
$0.25x^2+1$									



Дасгалын дугаар	1	Нийт
Өөрийн үнэлгээ		

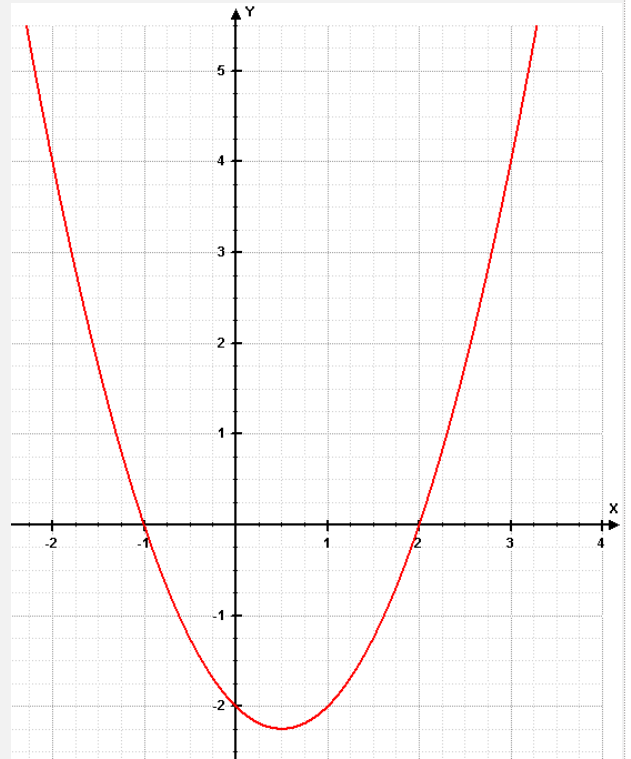
КВАДРАТ ФУНКЦ, ТҮҮНИЙ ГРАФИК IX.10.2-III

$x^2 - x - 2 = 0$ тэгшитгэлийг функцийн график ашиглан бодъё.

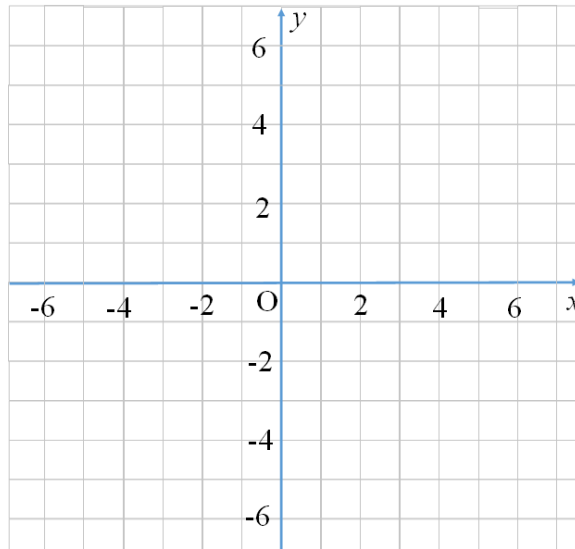
Үүний тулд $y = x^2 - x - 2$ функцийн график байгуулъя.

Парабол нь Ох тэнхлэгийг $(-1, 0)$, $(2, 0)$ цэгүүдээр огтолж байна. Өөрөөр хэлбэл, функцийн утга 0 байх 2 утга олдож байна.

Иймд $x^2 - x - 2 = 0$ тэгшитгэлийн шийд нь $x_1 = -1$, $x_2 = 2$ болно.



2. Координатын хавтгайд $y = x^2 - 6x$, $y = x^2 + 2x$, $y = x^2 - x - 2$ параболуудыг байгуулж, уг зургаа ашиглан $x^2 - 6x = 0$, $x^2 + 2x = 0$, $x^2 - x - 2 = 0$ тэгшитгэлийн шийдүүдийг олоорой.



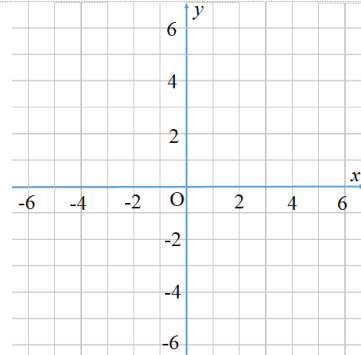
Дасгалын дугаар	1	Нийт
Өөрийн үнэлгээ		

ӨӨРИЙГӨӨ СОРИХ

Функц. IX.4.

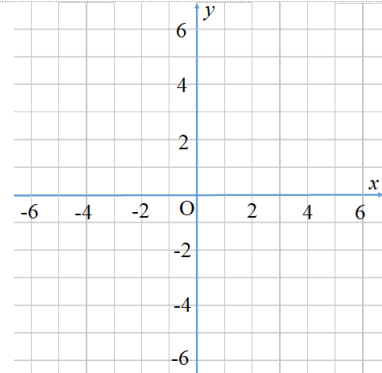
1. Дараах функцийг урвуу функцийг олж графикуудыг нэг хавтгайд зураарай.

$$f(x) = 3x + 1$$

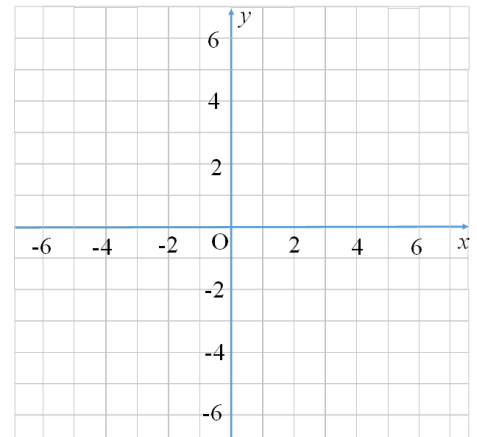


2. Дараах функцийг урвуу функцийг олж графикуудыг нэг хавтгайд зураарай.

$$f(x) = \frac{x+2}{4}$$



3. Координатын хавтгайд $y = x^2 - 6x$, $y = x^2 + 2x$, $y = x^2 - x - 2$ параболуудыг байгуулж, уг зургаа ашиглан $x^2 - 6x = 0$, $x^2 + 2x = 0$, $x^2 - x - 2 = 0$ тэгшитгэлийн шийдүүдийг олоорой.



Дасгалын дугаар	1	2	3	Нийт
Өөрийн тэмдэглэгээ				